

# Modificaciones en el núcleo de transformadores de intensidad reduce materiales y errores

Eduardo Domingo Galliano<sup>1</sup>

## Resumen

En el artículo se muestran puntos relevantes relacionados con transformadores de intensidad (TI). Se tratan temas teóricos con ciertas condiciones de borde que facilitan construirlos. Por último se propone cambiar la forma de la sección transversal del núcleo lográndose con ello reducir volúmenes, pesos y costos de los materiales más importantes empleados en su fabricación (cobre, hierro), con una consecuente disminución del error de módulo y fase para igual prestación eléctrica, válido tanto para TI de medición como protección.

*Palabra clave:* Transformadores de corriente, Diseño de transformadores de corriente.

## Summary

The article shows relevant points related to current intensity transformers (CTs). Theoretical issues are treated with certain boundary conditions that facilitate their building. Finally, it is proposed to change the shape of the core cross section, to achieve lower volumes, weights and costs of the most important materials used in their manufacture (copper, iron), with a following decrease in modulus and phase error in the same electrical conditions. This is valid for measuring and protection CT as well.

*Keyword:* Current transformers, Design of Current transformers.

## 1. Introducción

En el artículo se dará una breve descripción de los transformadores de intensidad: cómo son, cómo funcionan, sus característi-

1. Profesor de Medidas Eléctricas. Departamento de Ingeniería Eléctrica y de Computadoras. Universidad Nacional de Sur.

cas más relevantes, [1, 2]. Se partirá para su estudio del circuito equivalente T, desde donde se desarrollará el marco teórico con enfoques prácticos para construir un TI con núcleo de hierro de sección cuadrada o rectangular. Posteriormente se plantea el cambio del diseño del núcleo a sección circular, desarrollándose paso a paso sus características, para luego efectuar las comparaciones con los núcleos de sección cuadrada. Sobre final del documento se muestran ciertas desventajas que presenta el nuevo diseño con respecto al clásico.

## 2. Detalles generales

Los transformadores de intensidad son instrumentos ampliamente utilizados para medir corrientes desde varias decenas de amperes hasta kilo amperes, prácticamente no son invasivos, poseen aislación galvánica entre sus bobinados que los hace aptos para usos en alta tensión, son robustos, precisos y seguros. La salida normalizada de corriente de un TI puede ser 1 o 5 amperes. Los de 1A se utilizan para mediciones en alta tensión, mientras que los de 5A en media y baja tensión. Como la corriente primaria es definida por la carga conectada al sistema de potencia, para estudiar el transformador de intensidad según el modelo equivalente T, [3], ver Figura 1, no es necesario incluir la parte primaria.

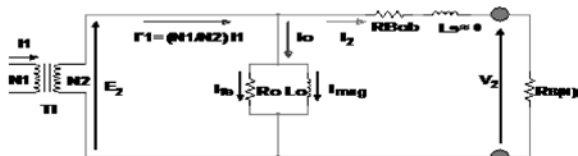


Figura 1: Circuito equivalente T de un TI con su carga conectada.

Según su uso se dividen para medición y protección. Suele encontrarse transformadores de intensidad de medición y protección dentro de un mismo módulo contenedor, cada uno posee su propio núcleo y bobinado secundario, tan sólo comparten el bobinado primario. Por lo común cuando la corriente a medir supera los 100A el primario se construye con una barra pasante ( $N_1=1$ ). Posee dos errores relevantes a considerar, el de módulo y el de fase. Ambos se pueden minimizar si el núcleo de hierro posee bajas pérdidas, muy alta permeabilidad y opera (aún en condiciones extremas) a bajas densidades de flujo, es decir lejos de la saturación. Los núcleos tienen forma toroidal y su sección es cuadrada o rectangular. Se los construye arrollando cinta de material magnético de delgado espesor a partir de un diámetro interior definido por la ocupación del secundario, e ir dando tantas vueltas hasta llegar a la sección de núcleo buscada. Una vez armado el núcleo se le aplica una aislación a base de cinta de algodón, nomex, mylar, cartón prespan, etc., junto a un barniz dieléctrico o resina epoxi. El espesor aislante surge de las condiciones de operación por la máxima tensión esperada en bornes del secundario, uno de los cuales suele conectarse a tierra. Para bobinar el secundario se utiliza una máquina llamada bobinadora toroidal. Para que sea bajo el flujo de dispersión, la bobina secundaria se arrolla cerca del núcleo, con las espiras en una sola capa y uniformemente distribuidas en torno a su perímetro. Las diferencias más notables entre los TI de medición y protección son que los primeros tienen menor potencia (VA), coeficiente de sobre intensidad ( $K_I$ ) y mejor clase.

### 3. Desarrollo de las ecuaciones de cálculo

#### 3.1. Cálculo de las espiras secundarias

Observando la Figura 1 tenemos:

$$I_1 \left( \frac{N_1}{N_2} \right) = I_0 + I_2 \quad (1)$$

Tomando como referencia de fase ( $0^\circ$ ) la de la corriente  $I_2$  y operando con (1), tendremos:

$$\left( \frac{I_1}{I_2} \right) \left( \frac{N_1}{N_2} \right) - \left[ \left( \frac{I_0}{I_2} \right) \cos \phi_0 + 1 \right] = (k_{0(pu)} \cos \phi_0 + 1) \Rightarrow \frac{K_R |I_{0(pu)}| \cos \phi_0}{K_N} - (k_{0(pu)} \cos \phi_0 + 1) \quad (2)$$

$$K_R = K_N \left[ (1 + I_{0(pu)} \cos \phi_0) + j I_{0(pu)} \sin \phi_0 \right]$$

Donde  $\phi_{e(TI)}$ : error de ángulo del TI (diferencia de fase entre  $I_1$  e  $I_2$ ),  $I_{0(pu)}$ : corriente de vacío por unidad (tomando como base  $I_2$ ),  $\phi_0$ : fase de  $I_0$  respecto a la fase de  $I_2$ ,  $K_R$ : relación de corriente primaria a secundaria,  $K_N$ : relación de espiras secundarias a primarias.

De la ecuación (2) se aprecia que  $K_R$  es un número complejo, siendo su módulo y fase:

$$K_R = K_N \sqrt{(1 + I_{0(pu)} \cos \phi_0)^2 + (I_{0(pu)} \sin \phi_0)^2} ; \phi_{e(TI)} = \text{Arc Tang} \left( \frac{I_{0(pu)} \sin \phi_0}{1 + I_{0(pu)} \cos \phi_0} \right) \quad (3)$$

El error de relación se expresa como:

$$\varepsilon_R = \frac{(K_N - K_R)}{K_R}$$

aquí se utiliza el módulo de  $K_R$ .

Analizando  $K_R$  (relación de corriente primaria a secundaria) se ve que la relación de espiras  $K_N$  siempre resulta menor a la relación de corrientes, ya que el resultado de la raíz cuadrada en (3) siempre es mayor que 1. Además su magnitud no es constante ya que depende del módulo y fase cambiante de la corriente de magnetización  $I_0$ , según donde esté operando magnéticamente el núcleo del TI. Quien mayoritariamente afecta el error de relación es la componente de pérdidas de la corriente de vacío, mientras que el error de ángulo se ve mucho más influenciado por la componente magnetizante de ésta, ver en detalle (3). Al operar el núcleo del TI lejos de la saturación magnética, la corriente de vacío  $I_0$  resulta ser muy pequeña respecto a  $I_1$  e  $I_2$ , [3, 4, 5]. Además si el núcleo trabaja magnéticamente en la zona lineal, el ángulo de fase  $\phi_0$  de la corriente de vacío, resulta ser de un valor bajo, comprendido entre  $25$  y  $45^\circ$  (esto se puede comprobar sometiendo a ensayo el TI y aplicando (2)

y (3) para su estudio). Si se desprecia de (2) la corriente de vacío  $I_0$ , podremos obtener de manera aproximada que la relación de espiras ( $K_N$ ) es igual a la relación de corriente ( $K_R$ ). Al haberse despreciado en (2)  $I_0$ ,  $N_2$  resultará algo mayor al necesario, ello no es un problema, dado que al final de la construcción de la bobina y luego de los primeros ensayos de calibración se puede desenrollar unas pocas espiras hasta lograr calibrar. Más difícil sería si se debieran agregar vueltas ya que habría que unir de manera muy segura los alambres por medio de soldadura, pero este no es el caso, por tanto la acción de despreciar  $I_0$  en (2) resulta ser conservador del punto de vista constructivo.

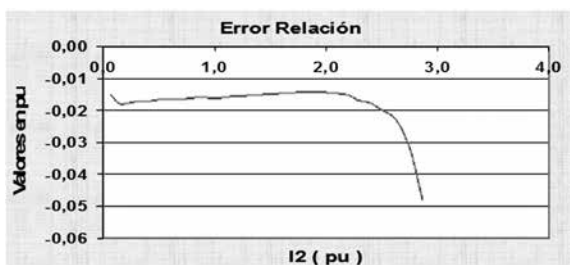


Figura 2a: Error de relación versus  $I_2$  (pu).

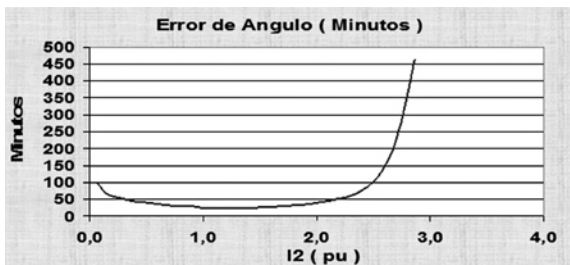


Figura 2b: Error de ángulo del TI versus  $I_2$  (pu).

Los gráficos de las Figuras 2a y 2b se han obtenido a partir de ensayos efectuados a un TI (antes de calibrarlo, con  $K_N = K_R$ ), construido como actividad práctica en la cátedra de Mediciones Eléctricas. Sus datos más relevantes son:  $I_1 = 200A$ ,  $I_2 = 5A$ ,  $VA = 5$ ,  $K_i = 1,5$ ,  $N_1 = 1esp.$ ,  $N_2$  (inicial) =  $40esp.$ ,  $S_n = 2cm^2$ ,  $l_{ong\ magnética} = 0,17m$ ,  $l_{espira} = 0,06m$ .

Para llevar el instrumento a calibración se tuvo que retirar una espira del bobinado secundario ( $N_{2\ (Final)} = 39\ esp.$ ). Al terminar de calibrar se comprobó que el error de relación pasó de un valor inicial superior a  $-0,015\ pu.$ , ver Figura 2a, a un valor inferior a  $-0,005\ pu.$

### 3.2. Cálculo de la carga, tensión inducida y resistencia del bobinado secundario.

Hoy las entradas de señal a los diversos instrumentos electrónicos destinados para medición y protección poseen cargas resistivas puras que se caracterizan por soportar niveles muy altos de sobre corriente. Al ser la carga del TI resistiva pura, la corriente y el voltaje en ella estarán en fase. Como la reactancia de dispersión de secundario es despreciable frente a la componente resistiva, tendremos que la tensión inducida en el bobinado secundario estará prácticamente en fase con la corriente secundaria. Si se asigna que la caída de voltaje en la resistencia del bobinado secundario sea un valor en por unidad ( $pu$ )  $\Delta V_{pu}$  del voltaje nominal desarrollado en la carga nominal a la corriente nominal y sabiendo los volt-amperes que debe disponer en su salida el TI, tendremos respectivamente que su carga, voltaje nominal y tensión inducida en la bobina serán:

$$R_{B/N} = \frac{(VA)}{I_{2N}^2} \quad (4) \quad ; \quad V_{2N} = \frac{(VA)}{I_{2N}} \quad (5) \quad ; \quad E_{2N} = V_{2N}(1 + \Delta V_{pu}) \quad (6)$$

La caída de voltaje ( $\Delta V_{pu}$ ) en la resistencia de la bobina debe considerarse para la máxima temperatura de operación esperada ( $70^\circ C$ ). Si el coeficiente térmico del cobre es  $\approx 0,0039\ (1/^\circ C)$ , siendo  $\Delta t = 50^\circ C$  para una temperatura ambiente de ( $20^\circ C$ ), la resistencia de bobina será:

$$R_{B/N(70)} = \frac{V_{2N} \Delta V_{pu}}{I_{2N}^2} = R_{B/N} \Delta V_{pu} = R_{B/N} (1 + 0,0039 \Delta t) = 1,195 R_{B/N} \Rightarrow R_{B/N} = \frac{R_{B/N} \Delta V_{pu}}{1,195} \quad (7)$$

### 3.3. Cálculo de la sección del núcleo de hierro

Sin importar el servicio que deba cumplir el TI (medición o protección), habrá que definir para continuar con el diseño, el coeficiente de sobre intensidad ( $K_f$ ) con el que debe operar la unidad. Para evitar errores importantes en la medida de corriente, el núcleo no debe estar saturado, aún en las condiciones de sobrecarga definidas por el valor de  $K_f$ . Para ello la densidad del flujo magnético  $B$  no debe superar el punto de rodilla, (knee point) [4, 5]. Por definición este punto corresponde a una zona de la curva de magnetización del núcleo, en donde un incremento del  $10\%$  en la tensión inducida en el

secundario, produce un aumento del 50% en la corriente de vacío. El knee point puede ser dato del fabricante del material del núcleo, si no es así, se puede hallar ensayando en el laboratorio una muestra del núcleo a utilizar en la construcción del TI.

Si llamamos  $B_{max(PR)}$  a la densidad de flujo máxima en el punto de rodilla, la densidad de flujo máxima a corriente nominal,  $B_{max(N)}$  será:

$$B_{MAX(N)} = \frac{B_{MAX(PR)}}{K_I} \quad (8)$$

Para calcular y construir un TI se debe partir como mínimo de los siguientes datos:  $I_{1N}$ ,  $I_{2N}$ ,  $V_A$ ,  $K_I$  y  $\Delta V_{(pu)}$ . Es importante aclarar que este no es el único y muy probablemente tampoco sea el mejor camino para diseñar y construir un TI, de todas formas todo lo expuesto será válido para lograr muy buenos resultados.

Para encontrar la sección de núcleo (de forma cuadrada) necesaria, respetando las condiciones de borde impuestas, hay que partir de la ecuación que determina la tensión eficaz inducida en una bobina:

$$E_{2(N)} = \sqrt{2} \pi f N_2 S_{N(C)} B_{MAX(N)} \Rightarrow S_{N(C)} = \frac{E_{2(N)}}{\sqrt{2} \pi f N_2 B_{MAX(N)}} \quad (9)$$

Reemplazando en (9)  $B_{MAX(N)}$  y  $E_{2N}$  por (8) y (6) respectivamente, tendremos:

$$S_{N(C)} = \frac{0,225 K_I V_{2N} (1 + \Delta V_{pu})}{f N_2 B_{MAX(PR)}} \quad (10)$$

Para sección de núcleo cuadrada, el ancho de la cinta será:

$$A = \sqrt{S_{N(C)}} \quad (11)$$

### 3.4. Cálculo de la longitud de espira y diámetro del alambre de cobre necesario

La longitud de espira será mínima si la sección de núcleo es cuadrada en lugar de rectangular, ver Figura 3. Esta es definida por: las medidas

del núcleo, una capa de aislación con espesor  $e_{a(BT)}$  (cinta de algodón u otro material que se enrolla en torno del núcleo), más el diámetro de alambre  $d_{CU(C)}$  incrementado por un coeficiente  $K_{CU}$  por su propia capa aislante de esmalte o algodón.

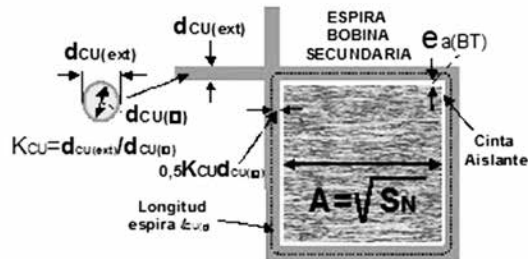


Figura 3: Longitud de espira del secundario arrollado a un núcleo de sección cuadrada.

(12)

$$l_{CU(C)} = 4 \left( \sqrt{S_{N(C)}} + 2 e_{a(BT)} + K_{CU} d_{CU(C)} \right).$$

El coeficiente  $K_{CU}$  depende del aislante del alambre con el que se va a construir la bobina. Hay dos aislaciones muy comunes de encontrar, esmalte a base de barnices aptos para temperaturas de 130 y 180°C y doble capa de algodón, (AA). En alambres con esmalte,  $K_{CU} \approx 1,1$ , mientras que con doble capa de algodón, (AA),  $K_{CU} \approx 1,2$ .

En forma genérica la resistencia de bobina será:

(14)

$$R_{Bob(20)} = \frac{\rho_{CU} N_2 l_{CU}}{S_{CU}} \quad (13) \Rightarrow S_{CU} = \frac{\rho_{CU} N_2 l_{CU}}{R_{Bob(20)}}$$

Reemplazando en (14) la resistencia de bobina por (7), para núcleo cuadrado nos queda:

$$S_{CU} = \frac{1185 \rho_{CU} N_2 l_{CU}}{R_{Bob} \Delta V_{pu}} = d_{CU}^2 = \frac{4 \cdot 1185 \rho_{CU} N_2 l_{CU}}{\pi R_{Bob} \Delta V_{pu}} \Rightarrow d_{CU} = \frac{15215 \rho_{CU} N_2 l_{CU}}{R_{Bob} \Delta V_{pu}} \quad (15)$$

Siendo  $\rho_{CU} \cong 0,0171 (\Omega mm^2 / m)$ , reemplazando en (15)  $l_{CU(C)}$  por (12) y adecuando las unidades de ingeniería, ya que como en (15) se debe utilizar  $S_{CU}$  en  $mm^2$  y  $d_{CU}$  en  $mm$ , hay que

dividir la longitud de espira por 1000 para que ésta quede en *m* y así poder simplificarse con los *m* de la resistividad del cobre, por lo que resulta:

$$d_{CU(\square)}^2 = \frac{2,602E^{-5} N_2 \left[ 4 \left( \sqrt{S_{N(C)}} + 2 e_{a(BT)} + K_{CU} d_{CU(\square)} \right) \right]}{R_{B(N)} (\Omega) \Delta V_{pu}} \quad (16)$$

La solución de (16) en unidades de *mm* es:

$$d_{CU(\square)} = \frac{1,041E^{-4} K_{CU} N_2 \pm \sqrt{(1,041E^{-4} K_{CU} N_2)^2 + 4,184E^{-4} R_{B(N)} \Delta V_{pu} N_2 (\sqrt{S_{N(C)}} + 2 e_{a(BT)}}}{2 R_{B(N)} (\Omega) \Delta V_{pu}} \quad (17)$$

### 3.5. Cálculo del diámetro interno del núcleo de hierro

Conocido el diámetro del alambre del bobinado secundario según (17) para sección de núcleo cuadrada, se podrá conocer el diámetro interno mínimo del toroide para poder alojar todas las espiras del secundario de diámetro útil ( $K_{CU} d_{CU(\square)}$ ), una al lado de la otra y en una sola capa con su respectiva aislación, tal como se puede ver con mucho detalle en la Figura 4a y 4b.

El diámetro interno del núcleo resultante de aplicar (18) debe ser tal que pueda contener el conductor primario con la aislación necesaria entre ambas bobinas para permitir que el instrumento opere con la seguridad requerida por el voltaje presente en la línea cuya corriente se desea medir, ver Figura 4a. A pesar que este condicionante no existe en TI que miden grandes corrientes primarias, por tener diámetros internos importantes, sí afecta a los de unos pocos cientos de amperes y que deban operar en líneas de alta y muy alta tensión, es solo por ello que se menciona el tema.

Por lo indicado para que no haya restricciones de espacio interno, (18) deberá cumplir que:

$$D_{int(\square)} \geq 2(e_{a(BT)} + K_{CU} d_{CU(\square)} + e_{a(AT)}) + d_{CU1}$$

La sección y por ende el diámetro del conductor primario se podrá calcular en base a la corriente  $I_1$  y a la densidad de corriente  $J_1$  adoptada, mientras que para calcular el espesor de la aislación necesaria entre el primario y secundario se debe conocer el voltaje pico  $V_{1(PICO)}$  con el que opera la línea respecto a tierra, la rigidez dieléctrica del material aislante  $K_{die}$  y el coeficiente de seguridad dieléctrico,  $K_{seg}$ , el cual debe contemplar condiciones de operación con sobretensiones transitorias, mas una seguridad extra.

$$\text{Espesor aislante(AT)} = \frac{\text{voltaje pico} \times \text{coeficiente seguridad dieléctrico}}{\text{rigidez dieléctrica aislante empleado}} \Rightarrow e_{a(AT)} = \frac{V_{1(PICO)} K_{seg}}{K_{die}}$$

### 3.6. Cálculo de la cantidad de capas y largo de cinta para construir el núcleo de hierro

Si la sección del núcleo en el mejor de los casos es cuadrada para que sea mínima la longitud de cada espira del secundario, la cantidad de capas  $N_{C(\square)}$  de cinta a enrollar para formar el núcleo, deberían ser tales que todas apiladas ocupen un espacio  $A = \sqrt{S_{N(\square)}}$ , mientras que el largo total de cinta será la cantidad de capas por el perímetro medio.

$$N_{C(\square)} = \frac{A}{e_a} = \frac{\sqrt{S_{N(\square)}}}{e_a} \quad ; \quad L_{REPT} = \left( \frac{\sqrt{S_{N(\square)}}}{e_a} \right) \pi (D_{int(\square)} + \sqrt{S_{N(\square)}}) \quad (19)$$

### 4. Mejora constructiva (cambio de sección cuadrada a circular)

A pesar que un producto ya esté estandari-

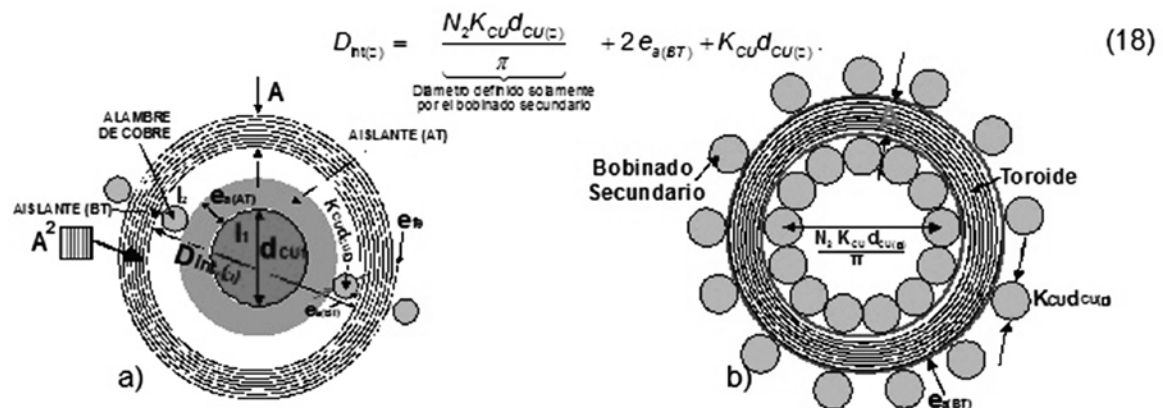


Figura 4a y 4b: Corte del núcleo, bobinado primario, secundario y respectivas aislaciones.

zado y consolidado en el mercado con buenos resultados operativos, siempre es oportuno estudiar otras opciones en aras de lograr mejores resultados en la prestación como ser: reducir espacio, materiales, errores, tiempos de fabricación, costos, etc. Es con esta idea que a continuación se estudiará las ventajas que trae construir el núcleo de un TI con sección transversal redonda, en lugar de cuadrada o rectangular. Para lograr que al finalizar el enrollado la sección sea circular, la cinta de hierro deberá tener tramos rectangulares de anchos y largos variables, en función de la capa, el espesor de la cinta, el diámetro interno, el diámetro o la sección del núcleo. En la Figura 5b se muestran detalles del corte que debe tener la cinta. Sobre el final del artículo se desarrollarán ecuaciones que permitirán evaluar las medidas de cada tramo de la misma. Para comprobar los beneficios que trae este tipo de diseño hay que evaluar cuánto se reduce el volumen de cobre y de hierro respecto al diseño clásico.

4.1 Estudio de la reducción en el cobre.

Para igual sección de núcleo en ambos diseños,  $SN = S_{N(\square)} = S_{N(\circ)}$ , llamando A, el lado del núcleo de sección cuadrada y d al diámetro del núcleo de sección circular, tendremos:

$$A^2 = \frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4}{\pi}} A \Rightarrow d = 1,1284 \sqrt{SN} \tag{20}$$

La longitud de cada espira secundaria para sección de núcleo circular, con el diámetro del cobre calculado para sección de núcleo cuadrada, según (17), tomando como referencia la Figura 3 (excepto que en esta situación la sección del núcleo es redonda), será:

$$l_{cu(c)} = \pi (d + 2 e_{a(BT)} + K_{cu} d_{cu(s)}) = \pi (1,1284 \sqrt{SN} + 2 e_{a(BT)} + K_{cu} d_{cu(s)}) \tag{21}$$

Relacionando entre sí las longitudes de espira para núcleo circular y cuadrado con igual sección transversal, (21) y (12), obtenemos:

$$\frac{l_{cu(c)}}{l_{cu(\square)}} = \frac{\pi (1,1284 \sqrt{SN} + 2 e_{a(BT)} + K_{cu} d_{cu(s)})}{4 (\sqrt{SN} + 2 e_{a(BT)} + K_{cu} d_{cu(s)})} = 0,7854 \frac{(1,1284 \sqrt{SN} + 2 e_{a(BT)} + K_{cu} d_{cu(s)})}{(\sqrt{SN} + 2 e_{a(BT)} + K_{cu} d_{cu(s)})} \tag{22}$$

Analizando (22) se puede apreciar que con núcleo circular se consume un menor largo de alambre para construir el bobinado secundario, lo que resulta que tenga menor resistencia.

Imponiendo que en ambos diseños de núcleos la resistencia de bobinas sea igual, ello permitirá reducir el diámetro del alambre del bobinado para núcleo redondo respecto del bobinado para núcleo de sección cuadrada.

En la Figura 5a se ve la longitud de espira para sección de núcleo circular. Aquí el diámetro del conductor  $d_{cu(\circ)}$  ya está corregido para que la resistencia de bobina sea igual en ambos diseños. El proceso de este cálculo se verá mas adelante.

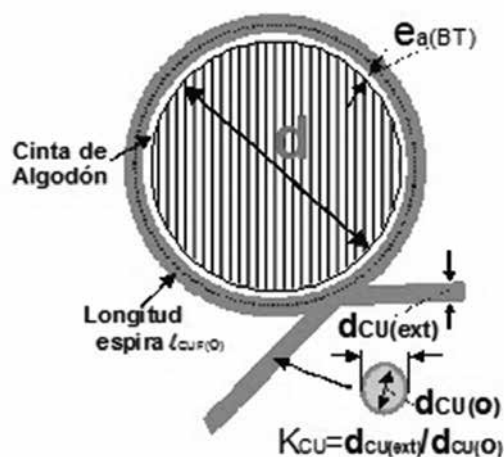


Figura 5a: Longitud de espira del núcleo circular.

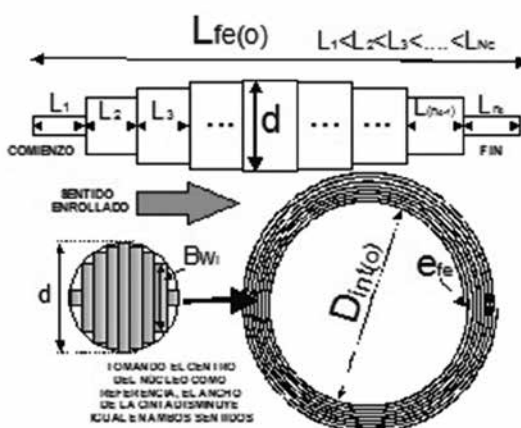


Figura 5b: Detalle del núcleo circular.



$$\ell_{CUF(\square)} = \pi \left( 1,1284 \sqrt{SN} + 2 e_{a(BT)} + K_{CU} d_{CU(\square)} \right). \quad (23)$$

Siendo (23) quién representa el largo de espira para el nuevo diseño con núcleo circular.

La relación de longitud entre sección circular y cuadrada para esta nueva situación, será el cociente entre (23) y (12):

$$\frac{\ell_{CUF(\square)}}{\ell_{CU(\square)}} = 0,7854 \frac{\left( 1,1284 \sqrt{SN} + 2 e_{a(BT)} + K_{CU} d_{CU(\square)} \right)}{\left( \sqrt{SN} + 2 e_{a(BT)} + K_{CU} d_{CU(\square)} \right)}. \quad (24)$$

Con igual criterio que se aplicó para llegar a (16), se podrá deducir el diámetro necesario para el nuevo diseño de bobina, sólo que en este caso se reemplazará la longitud de espira, es decir el término entre corchetes de (16), por lo expresado en (23), con lo que tendremos:

$$d_{CU(\square)}^2 = \frac{2,802E^{-5} N_2 \left[ \pi \left( 1,1284 \sqrt{SN} + 2 e_{a(BT)} + K_{CU} d_{CU(\square)} \right) \right]}{R_{B(N)}(\Omega) \Delta V_{pu}} \quad (25)$$

Siendo la solución de (25) en unidades de mm:

$$d_{CU(\square)} = \frac{0,8174E^{-5} K_{CU} N_2 + \sqrt{0,8174E^{-5} K_{CU} N_2^2 + 3,27E^{-5} R_{B(N)}(\Omega) \Delta V_{pu} N_2 (1,1284 \sqrt{SN} + 2 e_{a(BT)}}}{2 R_{B(N)}(\Omega) \Delta V_{pu}} \quad (26)$$

Efectuando el cociente entre (25) y (16) obtendremos la relación de diámetros al cuadrado:

$$\frac{d_{CU(\square)}^2}{d_{CU(\square)}^2} = 0,7854 \left[ \frac{\left( 1,1284 \sqrt{SN} + 2 e_{a(BT)} + K_{CU} d_{CU(\square)} \right)}{\left( \sqrt{SN} + 2 e_{a(BT)} + K_{CU} d_{CU(\square)} \right)} \right] \quad (27)$$

Si con sección de núcleo circular se puede construir la bobina con menor largo y sección de alambre, para igual resistencia de bobina que con núcleo cuadrado, ello se traducirá en una reducción del volumen de cobre necesario. Para conocer la relación entre los respectivos volúmenes de cobre habrá que multiplicar entre sí las ecuaciones (24) y (27).

$$\frac{Vol_{CU(\square)}}{Vol_{CU(\square)}} = \left( \frac{\ell_{CUF(\square)}}{\ell_{CU(\square)}} \right) \left( \frac{S_{CU(\square)}}{S_{CU(\square)}} \right) = 0,617 \left[ \frac{\left( 1,1284 \sqrt{SN} + 2 e_{a(BT)} + K_{CU} d_{CU(\square)} \right)^2}{\left( \sqrt{SN} + 2 e_{a(BT)} + K_{CU} d_{CU(\square)} \right)} \right]. \quad (28)$$

El ahorro en materiales no termina, dado que al tener el alambre menor diámetro, con igual número de espiras secundarias en ambas bobinas, el diámetro interno del núcleo de hierro toroidal podrá ser menor para contener en una sola capa todas las espiras secundarias. Al ser menor las dimensiones internas del núcleo, ello también se traduce en una reducción de volumen y peso del hierro necesario para lograr el mismo cometido.

### 4.2. Estudio de la reducción en el hierro

Para analizar como se ve afectado el peso del hierro en ambos diseños habrá que relacionar solamente los diámetros medios de cada núcleo, ya que las secciones y el peso específico del núcleo es igual y se simplifican. El diámetro medio del núcleo toroidal con sección circular y cuadrada, serán sus respectivos diámetros internos, más el diámetro o el lado del núcleo, según sea el caso, ver Figura 4a, 4b y 5b:

$$D_{toroidal} = (D_{ext} - 1,1284 \sqrt{SN}) - \left[ \pi^{-1} (N_2 K_{CU} d_{CU(\square)}) + 2 e_{a(BT)} + K_{CU} d_{CU(\square)} + 1,1284 \sqrt{SN} \right]. \quad (29)$$

$$D_{toroidal} = (D_{ext} + \sqrt{SN}) - \left[ \pi^{-1} (N_2 K_{CU} d_{CU(\square)}) + 2 e_{a(BT)} + K_{CU} d_{CU(\square)} + \sqrt{SN} \right]. \quad (30)$$

La relación de volúmenes entre ambos núcleos será el cociente entre (29) y (30)

$$\frac{Volumen_{REC1}}{Volumen_{REC2}} = \frac{\left[ \pi^{-1} (N_2 K_{CU} d_{CU(\square)}) + 2 e_{a(BT)} + K_{CU} d_{CU(\square)} + 1,1284 \sqrt{SN} \right]}{\left[ \pi^{-1} (N_2 K_{CU} d_{CU(\square)}) + 2 e_{a(BT)} + K_{CU} d_{CU(\square)} + \sqrt{SN} \right]} \quad (31)$$

### 4.3. Análisis de los beneficios

En la Figura 6 se muestra un gráfico con la relación de volúmenes de hierro y cobre en pu. entre ambos diseños constructivos (sección de núcleo circular y cuadrada), para diversos tipos de TI, es decir con distintos VA y  $K_f$ .

Para ello se ha partido de los siguientes parámetros,  $I_{2N} = 5A$ ;  $B_{MAX(PR)} = 0,8 Tesla$ ;  $K_{CU} = 1,1$ ;  $e_{fe} = 0,35mm$ ;  $e_{a(BT)} = 1mm$ ;  $e_{a(AT)} = 2mm$ ;  $\Delta V_{pu} = 0,5$ ;  $V_1 = 5,5kV$ ;  $K_{seg} = 10$ ;  $K_{die} = 30kV/mm$ ;  $J_1 = 2A/mm^2$ .

Los valores tomados para los 4 diseños empleados en la construcción de los gráficos han sido: Diseño1:  $K_f = 1,5$ ; VA= 10, Diseño 2:  $K_f = 15$ ; VA= 10, Diseño 3:  $K_f = 1,5$ ; VA= 30, Diseño 4:  $K_f = 15$ ; VA= 30.

De la Figura 6 es fácil apreciar que hay un

ahorro notable de cobre al construir la bobina secundaria con núcleo de sección circular frente a la cuadrada, mejor aún resultaría si la comparación se realizara con un núcleo de sección rectangular. Mientras que para el caso del hierro, el ahorro es bastante menor, incluso hay una zona para transformadores de intensidad con corrientes primarias por debajo de aproximadamente los 1000A en donde no solo no hay beneficio, sino que se produce un incremento en el volumen de hierro a utilizar.

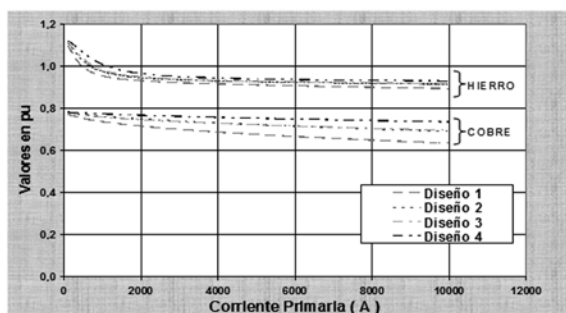


Figura 6: Relación de volumen de hierro y cobre entre sección de núcleo circular y cuadrada.

#### 4.4. Beneficios extra

De la Figura 6 se puede apreciar que para diseños de TI que superen una corriente primaria del orden de los 1000A, se logra (por ser menor su perímetro) una reducción en el hierro para núcleos de forma circular. Ello equivale a decir que se reducen las pérdidas en el hierro lo cual se traduce en una reducción de los errores. Por todo lo visto, el cambio en la forma de la sección del núcleo resulta atractivo ya que se reducen costos de cobre, hierro, volumen ocupado y errores para medir igual magnitud de corriente primaria y con igual carga secundaria.

#### 4.5. Desventajas

La contraparte que sí la hay, es que con este diseño construir la cinta de hierro será más costoso que la cinta recta que se utiliza para núcleos de sección cuadrada y rectangular. El motivo es que el corte al ser irregular no solo va a ser más complicado de realizar, sino que generará más desperdicio de material, a lo que se le suma otra dificultad, que la medida de la cinta se presta solo para un tipo de aplicación, es decir para un TI específico, por lo cual no se podrá usar dicho

material en otro diseño, ya que el nuevo TI requerirá de otras medidas de largo y ancho en cada tramo de capa para lograr al finalizar el enrollado una sección de núcleo circular determinada, respetando el diámetro interno y sección de núcleo buscada, ver Figura 5b.

#### 4.6. Datos constructivos finales del núcleo con sección circular

La cantidad de capas  $N_{C(O)}$  necesarias para lograr la medida transversal  $d$ , será:

$$N_{C(O)} = \text{Entero}(e_{fe}^{-1} d) = \text{Entero}(1,1284 e_{fe}^{-1} \sqrt{SN}) \quad (32)$$

Conviene adoptar para el número de capas el valor impar más cercano que resulte de aplicar (32). Para calcular el largo de cada tramo y poder determinar el largo total, hay que partir del hecho que cada capa tiene su propio largo, ya que su diámetro se incrementa con cada nueva capa, según se aprecia en (34) en donde  $i$  representa una capa genérica, ver detalles en la Figura 5b.

$$d_{(cap i)} = d_{(cc)} + (2i-1) e_w \quad ; \quad \text{donde } [1 \leq i(\text{entero}) \leq N_{C(O)}] \quad (33) \quad ; \quad L_{(C i)} = \pi(N_{C(O)} d_{(cc)} + N_{C(O)}^2 e_w) \quad (34)$$

En lo que respecta al ancho de cada capa (partiendo que el número total sea impar), los anchos de cinta se repiten y en disminución a ambos lados de la capa central  $C_c$  a medida que nos vamos alejando del centro de la sección del núcleo, ver Figura 7. Siendo las expresiones (35) y (36) quienes nos permitirán calcular el ancho de cada capa.

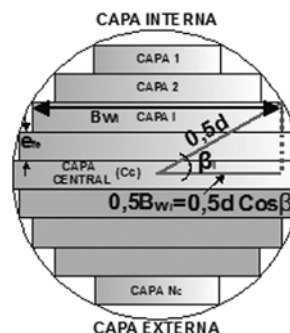


Figura 7: Detalle del ancho de la cinta del núcleo en función del número de capa, espesor de cinta y diámetro del núcleo de sección circular.

$$\sin \beta_i = \frac{\pi(N_{C(O)} - 2i + 1) e_w}{d} \quad ; \quad \cos \beta_i = \frac{\pi(N_{C(O)} - 2i + 1) e_w}{d} \quad (35)$$

$$B_w = d \cos \beta_i \quad (36)$$



Si la cantidad de capas para completar el diámetro  $d$  es un número importante, el escalonamiento que muestra la Figura 7 será casi imperceptible. Mientras que la forma que adoptaría toda la cinta del núcleo desenrollada, se parecería a una figura elíptica muy alargada y con su centro algo desplazado hacia el extremo de fin de arrollado, que a efectos de evitar confusión en el armado, deberá identificarse por medio de un color o alguna muesca.

## 5. Conclusiones

En el documento se ha desarrollado una base teórica con enfoques constructivos generales sobre transformadores de intensidad. Se ha planteado una nueva manera en como construirlos, sin desbaratar el marco teórico inicial. Sobre finales del documento se han desarrollado ecuaciones comparativas entre uno y otro diseño, mostrándose en todas ellas una reducción de material, de volumen ocupado y errores. Incluso se han observado ciertas desventajas por aplicar esta nueva técnica, las cuales deberán ser oportunamente evaluadas por los fabricantes, para ver si es o no ventajoso llevar a la práctica los cambios propuestos. Al final del artículo se han desarrollado ecuaciones con las cuales se podrá definir las medidas de la cinta (anchos y largos parciales) en función del número de capa, diámetro interno, sección de núcleo y espesor de la cinta empleada.

## Referencias

- [1] Colonel William T. McLyman, 2006, Transformer and Inductor Design Handbook
- [2] Indrajit Dasgupta, fifth reprint 2008, Design Of Transformers
- [3] E.E. Staff del M.I.T., 2003, "Circuitos magnéticos y transformadores".
- [4] M. V. González Sábado, 2009, Sistemas de protección en grandes redes eléctricas de potencia.
- [5] M. V. González Sábado y colaboradores, 1989, Transformadores de corriente y tensión.

## Autor

Eduardo Domingo Galliano  
DNI: 12397549  
Ingeniero Electricista

Profesor de Medidas Eléctricas  
Departamento de Ingeniería Eléctrica y de Computadoras  
Universidad Nacional de Sur  
Av. Alem 1253  
(B8000CPB), Bahía Blanca  
Buenos Aires  
Argentina  
Teléfono fijo: 0291 4560774  
Teléfono móvil: 0291 154140420  
Email: eduardo.galliano@uns.edu.ar; eduardogalliano@gmail.com

